24. Найти дифференциальное уравнение и передаточную функцию центробежного измерителя угловой скорости (ЦИС) на рис. 15, а, если принять за выходную величину перемещение муфты x, а за входную – приращение угловой скорости $\Delta\Omega$ и считать известными приведенную к точке M массу всех шаров m; длины рычагов l_1, l_2, l_3; приведенные в точке В муфты а) силу пружины $F_П$, б) силу вязкого трения и демпфера $F_Д$, в) инерционные силы приведенных масс $F_И$ и г) приведенные силы от веса всех подвижных частей F_B. Влиянием сил сухого трения пренебречь.

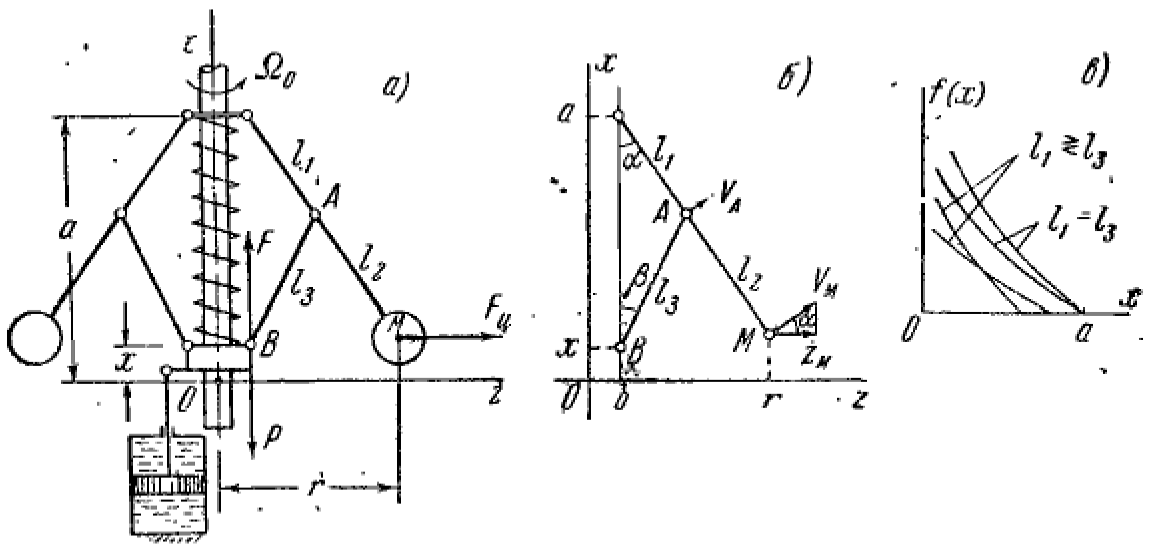

Рис. 15. Центробежный измеритель скорости и график к задаче 24.

Решение:

Выберем прямоугольную систему координат z, x. Ось x совмещена с осью вращения ЦИС, а ось z – с положением точки В при $\Omega=0$, когда муфта под действием пружины находится в положении $x=0$, где выходная величина x есть координата точки B.

Движущей является центробежная сила шаров

$$F_{ц} = mr\Omega^2, \tag{1}$$

где $r = z_{м}$ — расстояние точки M от оси x.

На муфту действуют приведенные силы сопротивления P и приведенная движущая сила F (см. рис. 15, *а*). Приведем к точке B силу $F_{ц}$ на основании равенства мощностей

$$F\dot{x}_{в} = F_{ц}\dot{z}_{м}, \qquad F = F_{ц}\frac{\dot{z}_{м}}{\dot{x}_{в}}, \tag{2}$$

где $\dot{x}_{в}$, $\dot{z}_{м}$ — составляющие скорости перемещения точек B и M по соответствующим координатным осям. Определим $\dot{z}_{м}$:

$$\dot{z}_{м} = V_{м}\cos\alpha = V_{A}\frac{l}{l_1}\cos\alpha = \dot{x}_{в}\frac{l}{l_1}\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}, \tag{3}$$

где $l = l_1 + l_2$, V_{A}, $V_{м}$ — линейные скорости точек A и M при их вращательном движении относительно общего центра с координатами (b, a), α, β — углы, показанные на рис. 15, *б*.

Подставив (3) в (2) с учетом (1), получим

$$F = m\frac{l}{l_1}\frac{r}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}\Omega^2 = k_1 f_1(r, \alpha, \beta)\Omega^2, \tag{4}$$

где $k_1 = m\dfrac{l}{l_1}$, $f_1(r, \alpha, \beta) = \dfrac{r}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}$.

Из рис. 15, *б* находим

$$r = b + l\sin\alpha, \qquad x = a - l_1\cos\alpha - l_3\cos\beta, \tag{5}$$

где $a = l_1 + l_3$, b — радиус муфты и фланца, к которому крепятся рычаги-держатели шаров. Из соотношения (5) видно, что переменные r, x, α и β связаны между собой нелинейной функциональной зависимостью. Следовательно, можно найти

$$f_1(r, \alpha, \beta) = f(x). \tag{6}$$

Например, при $l_3 = l_1$ ($\alpha = \beta$, $a = 2l_1$)

$$f_1(r, \alpha) = f(x) = (2l_1 - x)\left[\frac{b}{2\sqrt{4l_1^2 - (2l_1 - x)^2}} + \frac{l}{4l_1}\right]. \tag{6, a}$$

Подставив (6) в (4), получим

$$F = k_1 f(x)\Omega^2. \qquad (7)$$

Линеаризуем выражение (7) в окрестности малых отклонений переменных x и Ω относительно выбранного установившегося режима $\Omega = \Omega_0$, $x = x_0$:

$$\Delta F = \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^0 \Delta x + \left(\frac{\partial F}{\partial \Omega}\right)^0 \Delta\Omega = k_1\Omega_0^2 D\,\Delta x + 2k_1\Omega_0 E\,\Delta\Omega, \qquad (8)$$

где

$$D = \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=x_0}, \quad E = f(x)\big|_{x=x_0}.$$

В установившемся режиме приведенная сила сопротивления $P = F_п + F_в$. При этом приведенная сила от веса подвижных частей (в основном от веса шаров) $F_в$ также зависит от перемещения муфты x; эта зависимость также является нелинейной. Приближенно примем $F_в = \mathrm{const}$. Тогда в динамическом режиме для малых отклонений уравнение равновесия сил примет вид

$$\Delta F_и + \Delta F_д + \Delta F_п = \Delta P = \Delta F,$$

или

$$m_п\,\Delta\ddot{x} + c_1\,\Delta\dot{x} + c_2\,\Delta x = k_1\Omega_0^2 D\,\Delta x + 2k_1\Omega_0 E\,\Delta\Omega, \qquad (9)$$

где $m_п$ — приведенная к точке B масса подвижных частей, $\dot{x}$, $\ddot{x}$ — скорость и ускорение муфты, c_1 — коэффициент демпфирования, c_2 — коэффициент упругости пружины. Преобразуем уравнение (9) к виду

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)\,\Delta x(t) = k\,\Delta\Omega(t), \qquad (10)$$

где

$$T_2 = \sqrt{\frac{m_п}{c_2 - k_1\Omega_0^2 D}}, \quad T_1 = \frac{c_1}{c_2 - k_1\Omega_0^2 D}, \quad k = \frac{2k_1\Omega_0 E}{c_2 - k_1\Omega_0^2 D}.$$

Для всех практически осуществимых ЦИС по схеме рис. 15, *а* функция $f(x)$ имеет падающий характер (рис. 15, *в*), а коэффициент $D = \left.\frac{df(x)}{dx}\right|_{x=x_0}$ имеет отрицательный знак, который необходимо учитывать при

Вычисления параметров k, T_1, T_2 и при записи уравнений (9) и (10).

Передаточная функция ЦИС

$$W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$