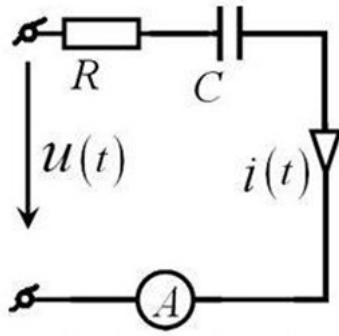


1.



$$R = 100 \text{ Ом}; C = 2 \cdot 10^{-6}$$

Дано:

$$U_m = 240 \text{ В}$$

$$\omega = 8000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

Решение:

1) Для заданного двухполюсника при питании от синусоидального напряжения $U_m \sin(\omega t + \alpha)$ определить функции времени мгновенных значений токов в ветвях, а также показания приборов, измеряющих действующие значения.

В первую очередь перейдем от мгновенных значений входного воздействия к его комплексному действующему значению:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha) = 240 \sin(8000t + 0^\circ), \text{ В}$$

$$\Rightarrow \dot{U} = \frac{240}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} \approx 169,706 e^{j0^\circ} = 169,706 \text{ В}$$

Сопротивления реактивных элементов:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{8000 \cdot 2 \times 10^{-6}} = 62,5 \text{ Ом}$$

Эквивалентное комплексное сопротивление цепи:

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}} = R - jX_C = (100 - j62,5) \approx 117,925 e^{-j32,01^\circ} \text{ Ом}$$

По закону Ома:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}_{\text{ЭК}}} = \frac{169,706}{117,925 e^{-j32,01^\circ}} \approx 1,4391 e^{j32,01^\circ} \text{ А}$$

Перейдем от комплексного действующего значения тока к его мгновенным значениям:

$$i(t) = 1,4391 \sqrt{2} \sin(\omega t + 32,01^\circ) \approx 2,0352 \sin(8000t + 32,01^\circ), \text{ А}$$

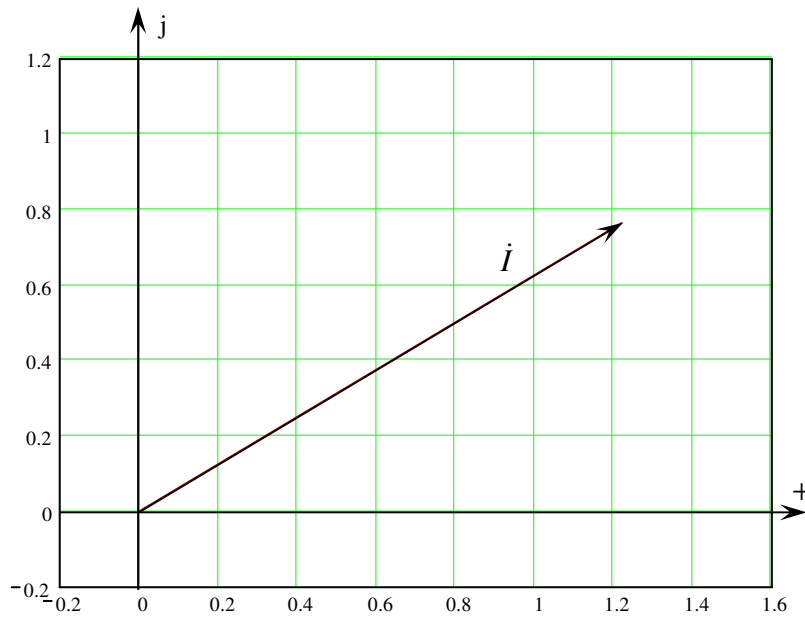
Определим показания приборов

Амперметра:

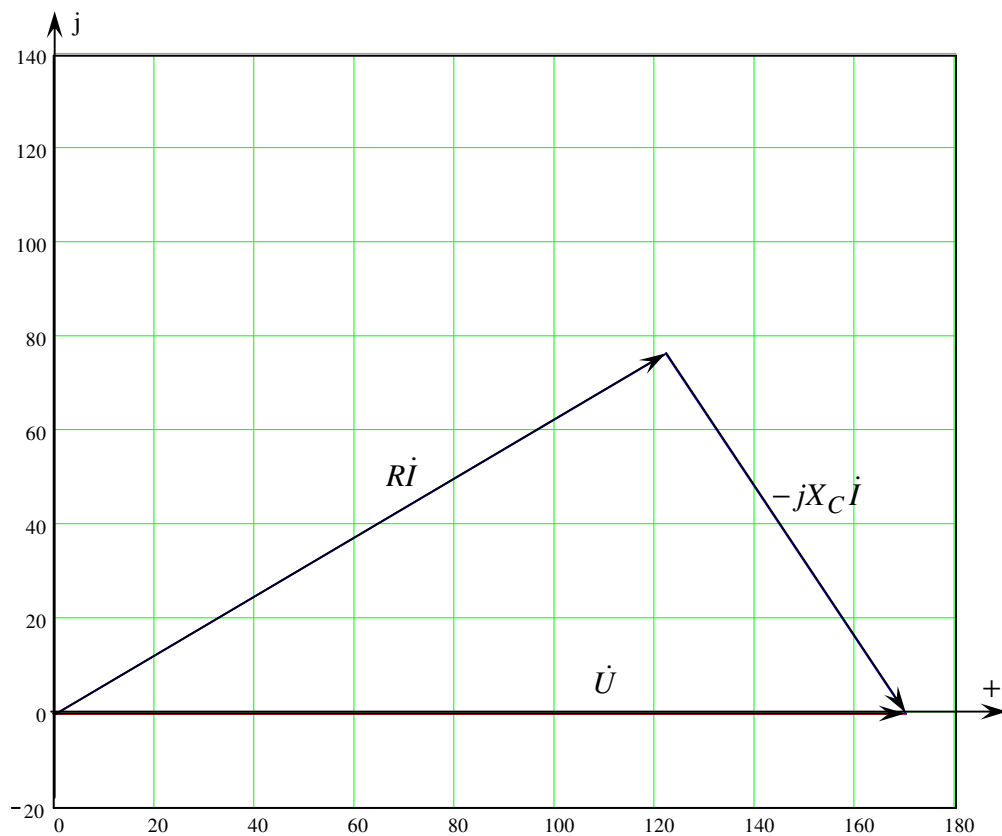
$$I_A = |\dot{i}| = |1,4391 e^{j32,01^\circ}| = 1,4391 \text{ А}$$

2) Построим векторные диаграммы токов и напряжений, продемонстрировав выполнение законов Кирхгофа в векторной форме

Векторная диаграмма токов:



Векторная диаграмма напряжений:



3) Определим активную мощность потребляемую двухполюсником на заданной частоте

$$P = I^2 R = 1,4391^2 \cdot 100 \approx 207,1 \text{ Вт}$$

4) Получим частотные зависимости модуля комплексного входного сопротивления $|Z_{\text{вх}}(\omega)|$, построим график $|Z_{\text{вх}}(\omega)|$ в частотном диапазоне $0 \leq \omega \leq \infty$

Комплексное входное сопротивление

$$Z_{\text{вх}}(j\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega RC + 1}{j\omega C}$$

Тогда модуль комплексного входного сопротивления:

$$|Z_{\text{вх}}(\omega)| = \frac{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{\omega C} = \frac{\sqrt{1 + (\omega \cdot 100 \cdot 2 \times 10^{-6})^2}}{\omega \cdot 2 \times 10^{-6}} = \frac{\sqrt{1 + 4 \times 10^{-8} \omega^2}}{2 \times 10^{-6} \omega}$$

построим график $|Z_{\text{вх}}(\omega)|$:



2.

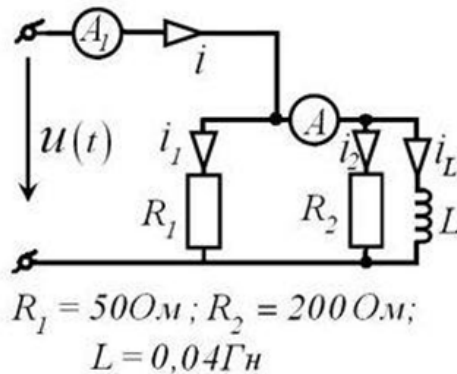
Дано:

$$U_m = 240 \text{ В}$$

$$\omega = 8000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\alpha = 0^\circ$$

<http://www.zachet.ru/>



Решение:

1) Для заданного двухполюсника при питании от синусоидального напряжения $U_m \sin(\omega t + \alpha)$ определить функции времени мгновенных значений токов в ветвях, а также показания приборов, измеряющих действующие значения.

В первую очередь перейдем от мгновенных значений входного воздействия к его комплексному действующему значению:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha) = 240 \sin(8000t + 0^\circ), \text{ В}$$

$$\Rightarrow \dot{U} = \frac{240}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} \approx 169,706 e^{j0^\circ} = 169,706 \text{ В}$$

Сопротивления реактивных элементов:

$$X_L = \omega L = 8000 \cdot 0,04 = 320 \text{ Ом}$$

По закону Ома:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R_1} = \frac{169,706}{50} \approx 3,3941 \text{ А}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{R_2} = \frac{169,706}{200} \approx 0,8485 \text{ А}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}}{jX_L} = \frac{169,706}{j320} \approx 0,5303 e^{-j90^\circ} = -j0,5303 \text{ А}$$

По 1-у закону Кирхгофа:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_L = 3,3941 + 0,8485 - j0,5303 = (4,2426 - j0,5303) \approx 4,2756 e^{-j7,12^\circ} \text{ А}$$

Перейдем от комплексного действующего значения тока к его мгновенным значениям:

$$i(t) = 4,2756\sqrt{2} \sin(\omega t - 7,12^\circ), \text{ А}$$

$$i_1(t) = 3,3941\sqrt{2} \sin(\omega t), \text{ А}$$

$$i_2(t) = 0,8485\sqrt{2} \sin(\omega t), \text{ А}$$

$$i_L(t) = 0,5303\sqrt{2} \sin(\omega t - 90^\circ), \text{ А}$$

Определим показания приборов

Амперметра A1:

$$I_{A1} = |\dot{I}| = \left| 4,2756e^{-j7,12^\circ} \right| = 4,2756 \text{ A}$$

Амперметра A:

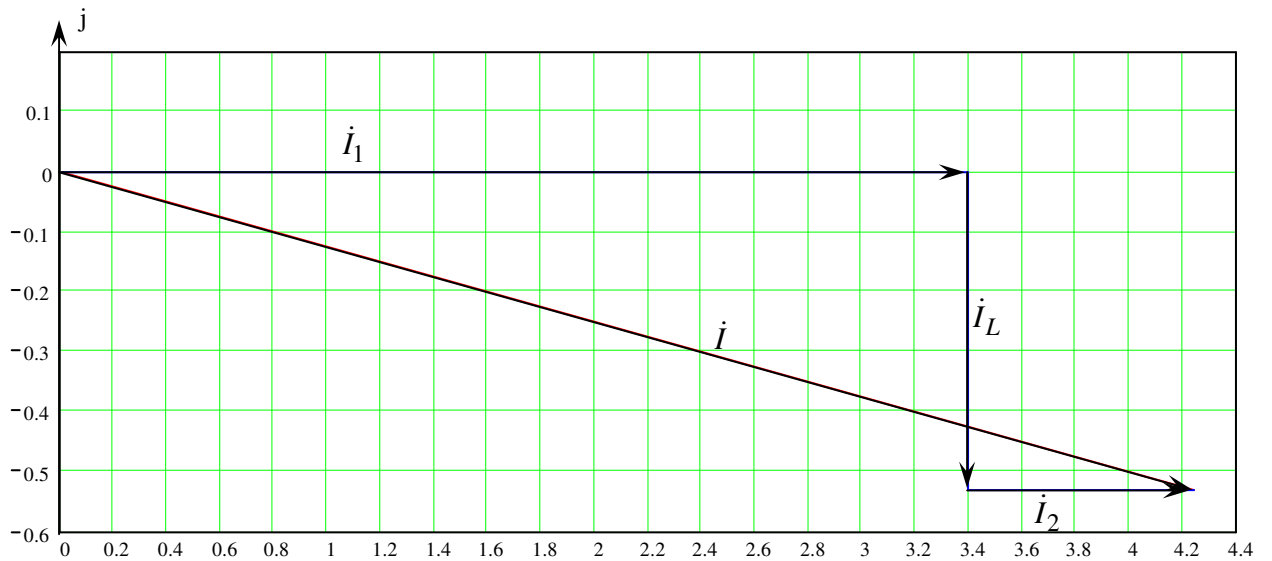
$$I_A = |\dot{I}_3| = \left| 1,0006e^{-j32^\circ} \right| = 1,0006 \text{ A}$$

, где

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_2 + \dot{I}_L = (0,8485 - j0,5303) \approx 1,0006e^{-j32^\circ} \text{ A}$$

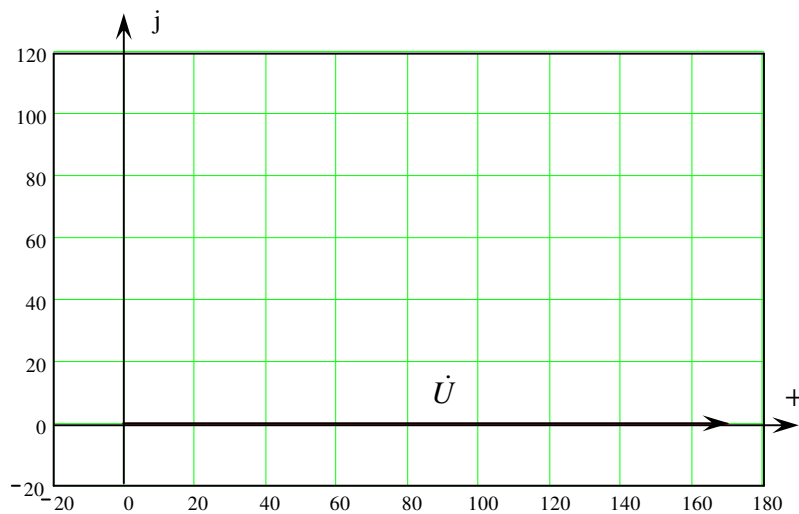
2) Построим векторные диаграммы токов и напряжений, продемонстрировав выполнение законов Кирхгофа в векторной форме

Векторная диаграмма токов:



+

Векторная диаграмма напряжений:



3) Определим активную мощность потребляемую двухполюсником на заданной частоте

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 3,3941^2 \cdot 50 + 0,8485^2 \cdot 200 \approx 719,986 \text{ Вт}$$

4) Получим частотные зависимости модуля комплексного входного сопротивления $|Z_{ex}(\omega)|$, построим график $|Z_{ex}(\omega)|$ в частотном диапазоне $0 \leq \omega \leq \infty$

Комплексное входное сопротивление:

$$Z_{ex}(j\omega) = \frac{R_{12} \cdot j\omega L}{R_{12} + j\omega L}$$

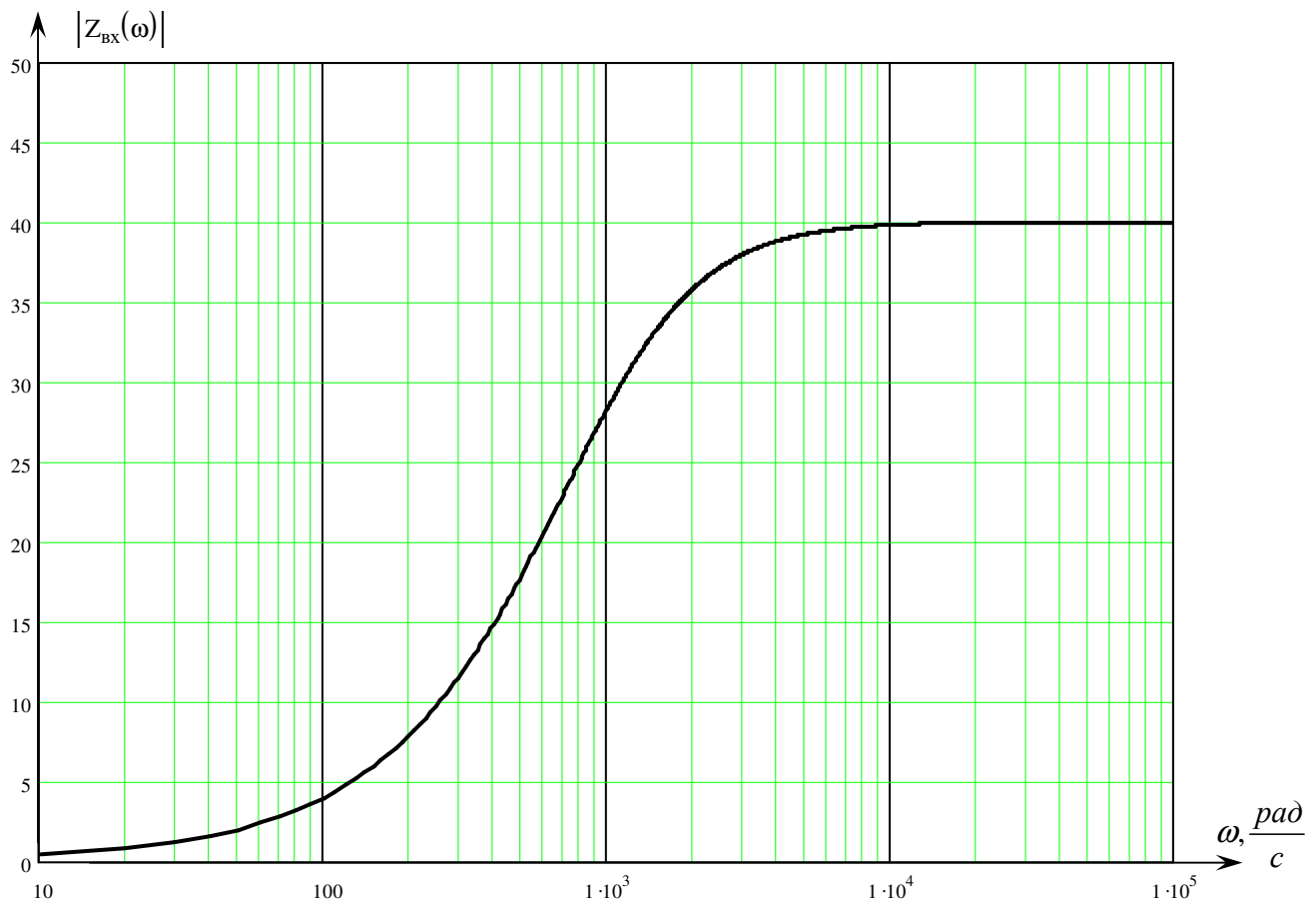
, где

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50 \cdot 200}{50 + 200} = 40 \text{ Ом}$$

Тогда модуль комплексного входного сопротивления:

$$|Z_{ex}(\omega)| = \frac{R_{12} \cdot \omega L}{\sqrt{R_{12}^2 + (\omega L)^2}} = \frac{R_{12} L \cdot \omega}{\sqrt{R_{12}^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{40 \cdot 0,04 \cdot \omega}{\sqrt{40^2 + 0,04^2 \omega^2}} = \frac{1,6 \cdot \omega}{\sqrt{1600 + 0,0016 \omega^2}}$$

построим график $|Z_{ex}(\omega)|$:



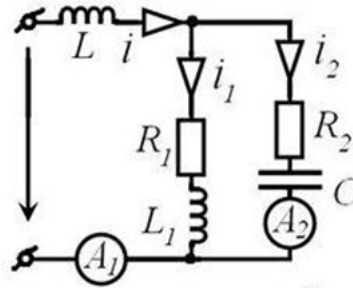
3.

Дано:

$$U_m = 240 \text{ В}$$

$$\omega = 8000 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

$$\alpha = 0^\circ$$



$$L_1 = 0,01 \text{ Гн}; C = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}; L = 0,02 \text{ Гн}$$

<http://www.zachet.ru/>
Решение:

1) Для заданного двухполюсника при питании от синусоидального напряжения $U_m \sin(\omega t + \alpha)$ определить функции времени мгновенных значений токов в ветвях, а также показания приборов, измеряющих действующие значения.

В первую очередь перейдем от мгновенных значений входного воздействия к его комплексному действующему значению:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha) = 240 \sin(8000t + 0^\circ), \text{ В}$$

$$\Rightarrow \dot{U} = \frac{240}{\sqrt{2}} e^{j0^\circ} \approx 169,706 e^{j0^\circ} = 169,706 \text{ В}$$

Сопrotивления реактивных элементов:

$$X_L = \omega L = 8000 \cdot 0,02 = 160 \text{ Ом}$$

$$X_{L1} = \omega L_1 = 8000 \cdot 0,01 = 80 \text{ Ом}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{8000 \cdot 1 \times 10^{-6}} = 125 \text{ Ом}$$

Найдем эквивалентное комплексное сопротивление правой части цепи:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= jX_L + \frac{(R_1 + jX_{L1})(R_2 - jX_C)}{R_1 + jX_{L1} + R_2 - jX_C} = j160 + \frac{(100 + j80)(100 - j125)}{100 + j80 + 100 - j125} \approx \\ &\approx j160 + \frac{128,062 e^{j38,66^\circ} \cdot 160,078 e^{-j51,34^\circ}}{205 e^{-j12,68^\circ}} \approx j160 + 100 \approx 188,68 e^{j57,99^\circ} \text{ Ом} \end{aligned}$$

По закону Ома:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{169,706}{188,68 e^{j57,99^\circ}} \approx 0,8994 e^{-j57,99^\circ} \text{ А}$$

Найдем оставшиеся токи методом пропорционального пересчета:

$$\dot{i}_1 = \dot{i} \frac{R_2 - jX_C}{R_1 + jX_{L1} + R_2 - jX_C} = 0,8994 e^{-j57,99^\circ} \cdot \frac{160,078 e^{-j51,34^\circ}}{205 e^{-j12,68^\circ}} \approx 0,7023 e^{-j96,65^\circ} \text{ А}$$

$$\dot{i}_2 = \dot{i} \frac{R_1 + jX_{L1}}{R_1 + jX_{L1} + R_2 - jX_C} = 0,8994 e^{-j57,99^\circ} \cdot \frac{128,062 e^{j38,66^\circ}}{205 e^{-j12,68^\circ}} \approx 0,5618 e^{-j6,65^\circ} \text{ А}$$

Перейдем от комплексного действующего значения тока к его мгновенным значениям:

$$i(t) = 0,8994\sqrt{2} \sin(8000t - 57,99^\circ), A$$

$$i_1(t) = 0,7023\sqrt{2} \sin(8000t - 96,65^\circ), A$$

$$i_2(t) = 0,5618\sqrt{2} \sin(8000t - 6,65^\circ), A$$

Определим показания приборов

Амперметра A1:

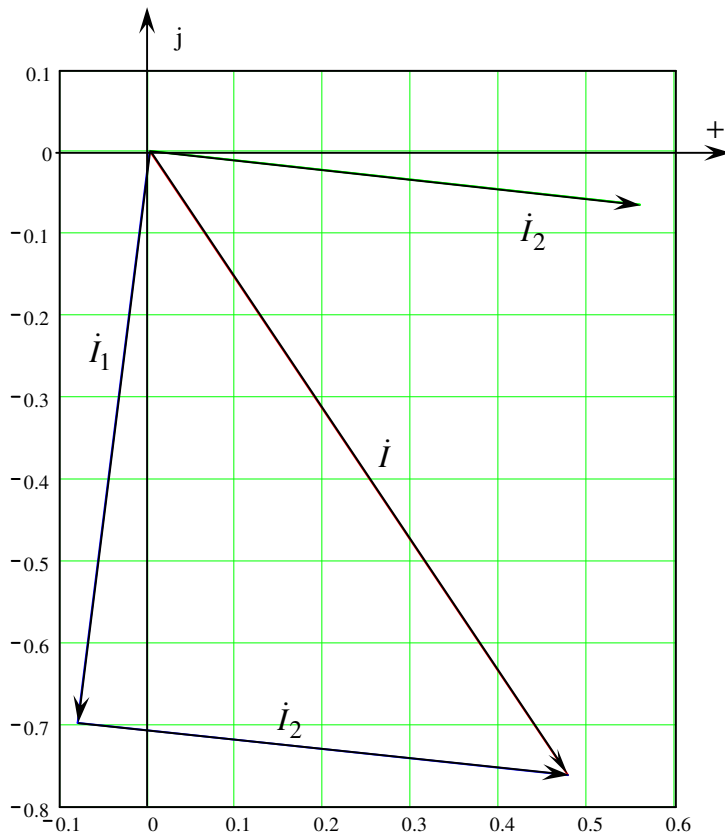
$$I_{A1} = |\dot{I}| = |0,8994e^{-j57,99^\circ}| = 0,8994 A$$

Амперметра A2:

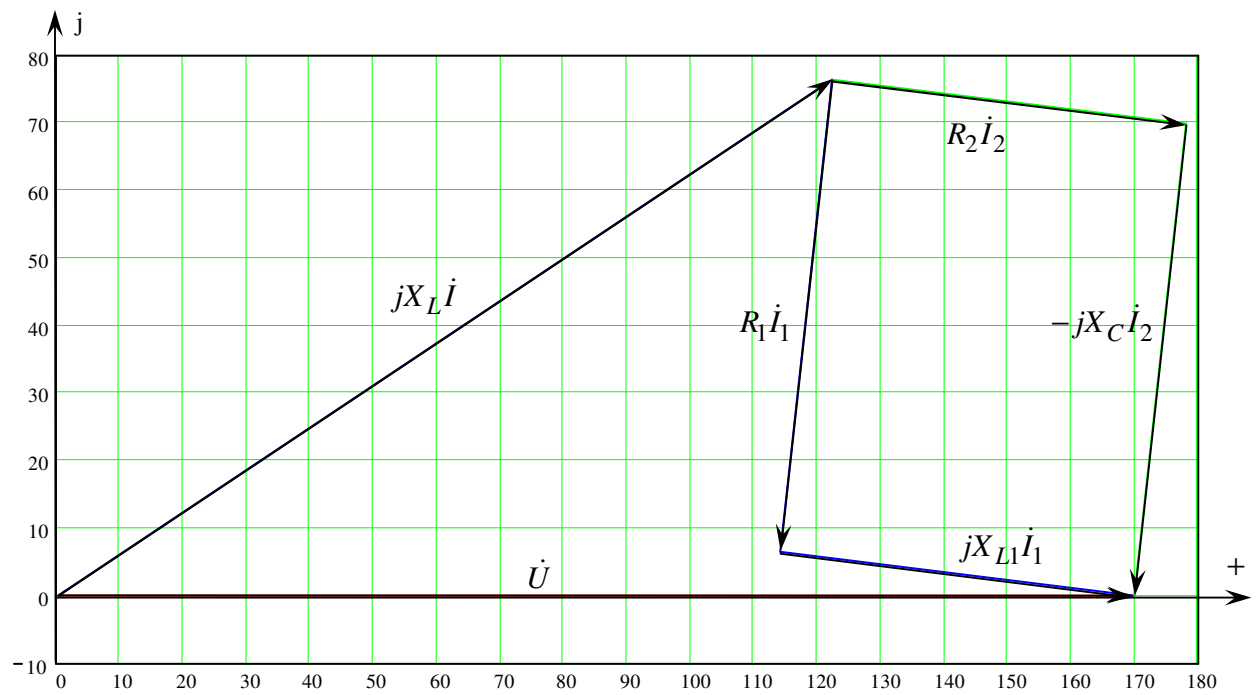
$$I_{A2} = |\dot{I}_2| = |0,5618e^{-j6,65^\circ}| = 0,5618 A$$

2) Построим векторные диаграммы токов и напряжений, продемонстрировав выполнение законов Кирхгофа в векторной форме

Векторная диаграмма токов:



Векторная диаграмма напряжений:



3) Определим активную мощность потребляемую двухполюсником на заданной частоте

$$P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 0,7023^2 \cdot 100 + 0,5618^2 \cdot 100 \approx 80,884 \text{ Вт}$$