

Задача 29

На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом 2 м и массой 4 кг, стоит человек, масса которого 80 кг. Платформа может свободно вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. С какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v=2$ м/с относительно платформы ?

Дано:

$$r = 2 \text{ м}, m_1 = 4 \text{ кг}, v = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}, m_2 = 80 \text{ кг}$$

Найти:

$$\omega_{\text{пл}} - ?$$

Решение:

Воспользуемся законом сохранения момента импульса. Момент импульса

$$L_q = L_{\text{пл}} \Rightarrow J_q \cdot \omega_q = (J_{\text{пл}} + J_q) \cdot \omega_{\text{пл}}. \quad (1)$$

Где $J_q = m_q \cdot r^2$ - момент инерции человека, m_q - масса человека, ω_q - угловая скорость человека относительно неподвижной системы отсчета (Земли),

$J_{\text{пл}} = \frac{1}{2} m_{\text{пл}} \cdot r^2$ - момент инерции платформы, $m_{\text{пл}}$ - масса платформы, $\omega_{\text{пл}}$ - угловая скорость платформы.

Относительная скорость v равна:

$$v = v_q + v_{\text{пл}} = (\omega_q + \omega_{\text{пл}}) \cdot r \Rightarrow \omega_q = \frac{v}{r} - \omega_{\text{пл}}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):

$$\begin{aligned} J_q \cdot \left(\frac{v}{r} - \omega_{\text{пл}} \right) &= (J_{\text{пл}} + J_q) \cdot \omega_{\text{пл}} \Rightarrow m_2 \cdot r^2 \cdot \left(\frac{v}{r} - \omega_{\text{пл}} \right) = \left(\frac{1}{2} m_1 \cdot r^2 + m_2 \cdot r^2 \right) \cdot \omega_{\text{пл}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \omega_{\text{пл}} &= \frac{m_2 \cdot v}{\left(\frac{1}{2} m_1 + 2 \cdot m_2 \right) \cdot r} = \frac{80 \cdot 2}{\left(\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 \cdot 80 \right) \cdot 2} = 0.5 \frac{\text{рад}}{\text{с}} \end{aligned} \quad (3)$$

Ответ: угловая скорость платформы равна: $\omega_{\text{пл}} = 0.5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.